

# Mécanismes d'appariement : Stabilité et Applications

Lars Ehlers

Université de Montréal

Ottawa

- Marchés (ou environnements économiques)

# Désign de mécanismes

- Marchés (ou environnements économiques)
- Planificateur: information insuffisante concernant les préférences des agents

# Désign de mécanismes

- Marchés (ou environnements économiques)
- Planificateur: information insuffisante concernant les préférences des agents
- Décisions (concurrentielles/régionales) inefficaces

# Désign de mécanismes

- Marchés (ou environnements économiques)
- Planificateur: information insuffisante concernant les préférences des agents
- Décisions (concurrentielles/régionales) inefficaces
- Révélation des préférences par un mécanisme centralisé

# Désign de mécanismes

- Marchés (ou environnements économiques)
- Planificateur: information insuffisante concernant les préférences des agents
- Décisions (concurrentielles/régionales) inefficaces
- Révélation des préférences par un mécanisme centralisé
  - ① Planificateur annonce un mécanisme qui choisit un résultat pour chaque profil de préférences annoncées

- Marchés (ou environnements économiques)
- Planificateur: information insuffisante concernant les préférences des agents
- Décisions (concurrentielles/régionales) inefficaces
- Révélation des préférences par un mécanisme centralisé
  - 1 Planificateur annonce un mécanisme qui choisit un résultat pour chaque profil de préférences annoncées
  - 2 Les agents rapportent leurs préférences (possiblement de façon malhonnête)

- Marchés (ou environnements économiques)
- Planificateur: information insuffisante concernant les préférences des agents
- Décisions (concurrentielles/régionales) inefficaces
- Révélation des préférences par un mécanisme centralisé
  - 1 Planificateur annonce un mécanisme qui choisit un résultat pour chaque profil de préférences annoncées
  - 2 Les agents rapportent leurs préférences (possiblement de façon malhonnête)
  - 3 Mécanisme choisit un résultat en se fondant sur les préférences rapportées



- Marchés (ou environnements économiques)
- Planificateur: information insuffisante concernant les préférences des agents
- Décisions (concurrentielles/régionales) inefficaces
- Révélation des préférences par un mécanisme centralisé
  - 1 Planificateur annonce un mécanisme qui choisit un résultat pour chaque profil de préférences annoncées
  - 2 Les agents rapportent leurs préférences (possiblement de façon malhonnête)
  - 3 Mécanisme choisit un résultat en se fondant sur les préférences rapportées
- Non-manipulabilité = compatibilité incitative = rapport des préférences véritables est optimal

- Marchés (ou environnements économiques)
- Planificateur: information insuffisante concernant les préférences des agents
- Décisions (concurrentielles/régionales) inefficaces
- Révélation des préférences par un mécanisme centralisé
  - ① Planificateur annonce un mécanisme qui choisit un résultat pour chaque profil de préférences annoncées
  - ② Les agents rapportent leurs préférences (possiblement de façon malhonnête)
  - ③ Mécanisme choisit un résultat en se fondant sur les préférences rapportées
- Non-manipulabilité = compatibilité incitative = rapport des préférences véritables est optimal
- Objectifs traditionnels: efficacité et maximisation des revenus sous information incomplète.

- Marchés (ou environnements économiques)
- Planificateur: information insuffisante concernant les préférences des agents
- Décisions (concurrentielles/régionales) inefficaces
- Révélation des préférences par un mécanisme centralisé
  - 1 Planificateur annonce un mécanisme qui choisit un résultat pour chaque profil de préférences annoncées
  - 2 Les agents rapportent leurs préférences (possiblement de façon malhonnête)
  - 3 Mécanisme choisit un résultat en se fondant sur les préférences rapportées
- Non-manipulabilité = compatibilité incitative = rapport des préférences véritables est optimal
- Objectifs traditionnels: efficacité et maximisation des revenus sous information incomplète.
- 2007 Nobel Memorial Prize in Economic Sciences for Leonid Hurwicz, Eric Maskin, and Roger Myerson for Mechanism Design Theory

# Nécessité du design de mécanismes dans des marchés d'appariement

- Marché décentralisé pour les premières positions aux hospitalières des finissants en médecine (=étudiants)

# Nécessité du design de mécanismes dans des marchés d'appariement

- Marché décentralisé pour les premières positions aux hospitalières des finissants en médecine (=étudiants)
- Compétition pour les meilleurs étudiants

# Nécessité du design de mécanismes dans des marchés d'appariement

- Marché décentralisé pour les premières positions aux hospitalières des finissants en médecine (=étudiants)
- Compétition pour les meilleurs étudiants
- Offres des contrats deux ans avant la fin des études

# Nécessité du design de mécanismes dans des marchés d'appariement

- Marché décentralisé pour les premières positions aux hospitalières des finissants en médecine (=étudiants)
- Compétition pour les meilleurs étudiants
- Offres des contrats deux ans avant la fin des études
- Résultats inefficaces

# Nécessité du design de mécanismes dans des marchés d'appariement

- Marché décentralisé pour les premières positions aux hospitalières des finissants en médecine (=étudiants)
- Compétition pour les meilleurs étudiants
- Offres des contrats deux ans avant la fin des études
- Résultats inefficaces
- Dans les années soixante: adoption de mécanismes centralisés pour résoudre ce problème



# Nécessité du design de mécanismes dans des marchés d'appariement

- Marché décentralisé pour les premières positions aux hospitalières des finissants en médecine (=étudiants)
- Compétition pour les meilleurs étudiants
- Offres des contrats deux ans avant la fin des études
- Résultats inefficaces
- Dans les années soixante: adoption de mécanismes centralisés pour résoudre ce problème
- Certains mécanismes étaient bons, d'autres non (pourquoi?).

- Deux côtés du marché: les étudiants et les hôpitaux

# Appariements stables

- Deux côtés du marché: les étudiants et les hôpitaux
- Les salaires sont fixes (pas de transferts monétaires)

# Appariements stables

- Deux côtés du marché: les étudiants et les hôpitaux
- Les salaires sont fixes (pas de transferts monétaires)
- Chaque étudiant a une préférence (=une liste) sur les hôpitaux

# Appariements stables

- Deux côtés du marché: les étudiants et les hôpitaux
- Les salaires sont fixes (pas de transferts monétaires)
- Chaque étudiant a une préférence (=une liste) sur les hôpitaux
- Chaque hôpital a une préférence (=une liste) sur les étudiants

# Appariements stables

- Deux côtés du marché: les étudiants et les hôpitaux
- Les salaires sont fixes (pas de transferts monétaires)
- Chaque étudiant a une préférence (=une liste) sur les hôpitaux
- Chaque hôpital a une préférence (=une liste) sur les étudiants
- Appariement=assignation des étudiants aux hôpitaux

# Appariements stables

- Deux côtés du marché: les étudiants et les hôpitaux
- Les salaires sont fixes (pas de transferts monétaires)
- Chaque étudiant a une préférence (=une liste) sur les hôpitaux
- Chaque hôpital a une préférence (=une liste) sur les étudiants
- Appariement=assignation des étudiants aux hôpitaux
- Appariement est **stable** pour un profil de préférences si

- Deux côtés du marché: les étudiants et les hôpitaux
- Les salaires sont fixes (pas de transferts monétaires)
- Chaque étudiant a une préférence (=une liste) sur les hôpitaux
- Chaque hôpital a une préférence (=une liste) sur les étudiants
- Appariement=assignation des étudiants aux hôpitaux
- Appariement est **stable** pour un profil de préférences si
  - 1 Chaque agent (étudiant ou hôpital) préfère son partenaire à rester seul



- Deux côtés du marché: les étudiants et les hôpitaux
- Les salaires sont fixes (pas de transferts monétaires)
- Chaque étudiant a une préférence (=une liste) sur les hôpitaux
- Chaque hôpital a une préférence (=une liste) sur les étudiants
- Appariement=assignation des étudiants aux hôpitaux
- Appariement est **stable** pour un profil de préférences si
  - 1 Chaque agent (étudiant ou hôpital) préfère son partenaire à rester seul
  - 2 Aucune paire étudiant-hôpital ne préfère mutuellement être assigné (ou marié) à leurs partenaires

# Gale et Shapley, 1964: Existence et Optimalité

Pour tout profil de préférences

- 1 Il existe un appariement stable.

# Gale et Shapley, 1964: Existence et Optimalité

Pour tout profil de préférences

- 1 Il existe un appariement stable.
- 2 Optimalité au sens des étudiants: il existe un appariement stable que tous les étudiants préfèrent à tout autre appariement stable.

Pour tout profil de préférences

- 1 Il existe un appariement stable.
- 2 Optimalité au sens des étudiants: il existe un appariement stable que tous les étudiants préfèrent à tout autre appariement stable.
- 3 Cet appariement est l'appariement stable le moins favorable aux hôpitaux: tout appariement stable est préféré par les hôpitaux à l'appariement stable optimal pour les étudiants.

Pour tout profil de préférences

- 1 Il existe un appariement stable.
- 2 Optimalité au sens des étudiants: il existe un appariement stable que tous les étudiants préfèrent à tout autre appariement stable.
- 3 Cet appariement est l'appariement stable le moins favorable aux hôpitaux: tout appariement stable est préféré par les hôpitaux à l'appariement stable optimal pour les étudiants.
- 4 Implication: Conflits d'intérêts.

Pour tout profil de préférences

- 1 Il existe un appariement stable.
- 2 Optimalité au sens des étudiants: il existe un appariement stable que tous les étudiants préfèrent à tout autre appariement stable.
- 3 Cet appariement est l'appariement stable le moins favorable aux hôpitaux: tout appariement stable est préféré par les hôpitaux à l'appariement stable optimal pour les étudiants.
- 4 Implication: Conflits d'intérêts.
- 5 Le "deferred-acceptance algorithm" avec propositions des étudiants (=DAA-Et) trouve l'appariement stable optimal pour les étudiants.

Pour tout profil de préférences

- 1 Il existe un appariement stable.
- 2 Optimalité au sens des étudiants: il existe un appariement stable que tous les étudiants préfèrent à tout autre appariement stable.
- 3 Cet appariement est l'appariement stable le moins favorable aux hôpitaux: tout appariement stable est préféré par les hôpitaux à l'appariement stable optimal pour les étudiants.
- 4 Implication: Conflits d'intérêts.
- 5 Le “deferred-acceptance algorithm” avec propositions des étudiants (=DAA-Et) trouve l'appariement stable optimal pour les étudiants.
- 6 DAA-Et est un mécanisme stable.

Pour tout profil de préférences

- 1 Il existe un appariement stable.
- 2 Optimalité au sens des étudiants: il existe un appariement stable que tous les étudiants préfèrent à tout autre appariement stable.
- 3 Cet appariement est l'appariement stable le moins favorable aux hôpitaux: tout appariement stable est préféré par les hôpitaux à l'appariement stable optimal pour les étudiants.
- 4 Implication: Conflits d'intérêts.
- 5 Le "deferred-acceptance algorithm" avec propositions des étudiants (=DAA-Et) trouve l'appariement stable optimal pour les étudiants.
- 6 DAA-Et est un mécanisme stable.
- 7 Même chose pour les hôpitaux: appariement stable optimal pour les hôpitaux + DAA-Ho.



Pour tout profil de préférences

- 1 Il existe un appariement stable.
- 2 Optimalité au sens des étudiants: il existe un appariement stable que tous les étudiants préfèrent à tout autre appariement stable.
- 3 Cet appariement est l'appariement stable le moins favorable aux hôpitaux: tout appariement stable est préféré par les hôpitaux à l'appariement stable optimal pour les étudiants.
- 4 Implication: Conflits d'intérêts.
- 5 Le "deferred-acceptance algorithm" avec propositions des étudiants (=DAA-Et) trouve l'appariement stable optimal pour les étudiants.
- 6 DAA-Et est un mécanisme stable.
- 7 Même chose pour les hôpitaux: appariement stable optimal pour les hôpitaux + DAA-Ho.
- 8 Algorithme de Gale et Shapley = DAA-Et ou DAA-Ho.

- Roth (1984, JPE) découvre que le NRMP (=National Residents Matching Program) se fonde sur DAA-Ho (avec succès)

- Roth (1984, JPE) découvre que le NRMP (=National Residents Matching Program) se fonde sur DAA-Ho (avec succès)
- Roth (1991, AER) étudie les marchés en Angleterre: mécanismes stables survivent et fonctionnent bien; mécanismes non-stables sont abandonnés ou changés.

- Mécanisme induit un jeu de révélation de préférence parmi les agents stratégiques (étudiants et hôpitaux)

- Mécanisme induit un jeu de révélation de préférence parmi les agents stratégiques (étudiants et hôpitaux)
- Non-manipulabilité (NM) sous information complète
  - = révélation des vraies préférences est optimale pour *toutes les* préférences des autres agents
  - = pas de manipulation profitable par révélation dishoneste

- Mécanisme induit un jeu de révélation de préférence parmi les agents stratégiques (étudiants et hôpitaux)
- Non-manipulabilité (NM) sous information complète  
= révélation des vraies préférences est optimale pour *toutes les* préférences des autres agents  
= pas de manipulation profitable par révélation dishonnête
- Conséquence pour un NM-mécanisme:

- Mécanisme induit un jeu de révélation de préférence parmi les agents stratégiques (étudiants et hôpitaux)
- Non-manipulabilité (NM) sous information complète  
= révélation des vraies préférences est optimale pour *toutes les* préférences des autres agents  
= pas de manipulation profitable par révélation dishonnête
- Conséquence pour un NM-mécanisme:
  - ① Le choix du résultat est basé sur les vraies préférences

- Mécanisme induit un jeu de révélation de préférence parmi les agents stratégiques (étudiants et hôpitaux)
- Non-manipulabilité (NM) sous information complète  
= révélation des vraies préférences est optimale pour *toutes les* préférences des autres agents  
= pas de manipulation profitable par révélation dishonnête
- Conséquence pour un NM-mécanisme:
  - ① Le choix du résultat est basé sur les vraies préférences
  - ② Stratégie simple: révélation honnête



- Mécanisme induit un jeu de révélation de préférence parmi les agents stratégiques (étudiants et hôpitaux)
- Non-manipulabilité (NM) sous information complète  
= révélation des vraies préférences est optimale pour *toutes les* préférences des autres agents  
= pas de manipulation profitable par révélation dishonnête
- Conséquence pour un NM-mécanisme:
  - ① Le choix du résultat est basé sur les vraies préférences
  - ② Stratégie simple: révélation honnête
  - ③ NM est robuste sous informations incomplètes (ou croyances privées).

# Roth, 1982 et 1984: mécanismes stables et non-manipulables

- Roth (1982, MOR):

# Roth, 1982 et 1984: mécanismes stables et non-manipulables

- Roth (1982, MOR):
  - 1 Chaque mécanisme stable est manipulable (c.à.d. stabilité + NM =  $\emptyset$ )

# Roth, 1982 et 1984: mécanismes stables et non-manipulables

- Roth (1982, MOR):
  - 1 Chaque mécanisme stable est manipulable (c.à.d. stabilité + NM =  $\emptyset$ )
  - 2 DAA-Et est non-manipulable pour les étudiants

# Roth, 1982 et 1984: mécanismes stables et non-manipulables

- Roth (1982, MOR):

- 1 Chaque mécanisme stable est manipulable (c.à.d. stabilité + NM =  $\emptyset$ )
- 2 DAA-Et est non-manipulable pour les étudiants
- 3 DAA-Ho est non-manipulable pour les hôpitaux

# Roth, 1982 et 1984: mécanismes stables et non-manipulables

- Roth (1982, MOR):
  - 1 Chaque mécanisme stable est manipulable (c.à.d. stabilité + NM =  $\emptyset$ )
  - 2 DAA-Et est non-manipulable pour les étudiants
  - 3 DAA-Ho est non-manipulable pour les hôpitaux
- Roth (1984, JET):

# Roth, 1982 et 1984: mécanismes stables et non-manipulables

- Roth (1982, MOR):
  - 1 Chaque mécanisme stable est manipulable (c.à.d. stabilité + NM =  $\emptyset$ )
  - 2 DAA-Et est non-manipulable pour les étudiants
  - 3 DAA-Ho est non-manipulable pour les hôpitaux
- Roth (1984, JET):
  - 1 En réalité un hôpital peut avoir plusieurs positions (et un appariement assigne plusieurs étudiants à un hôpital).

# Roth, 1982 et 1984: mécanismes stables et non-manipulables

- Roth (1982, MOR):
  - 1 Chaque mécanisme stable est manipulable (c.à.d. stabilité + NM =  $\emptyset$ )
  - 2 DAA-Et est non-manipulable pour les étudiants
  - 3 DAA-Ho est non-manipulable pour les hôpitaux
- Roth (1984, JET):
  - 1 En réalité un hôpital peut avoir plusieurs positions (et un appariement assigne plusieurs étudiants à un hôpital).
  - 2 DAA-Ho est manipulable pour un hôpital avec plusieurs positions



# Roth, 1982 et 1984: mécanismes stables et non-manipulables

- Roth (1982, MOR):
  - 1 Chaque mécanisme stable est manipulable (c.à.d. stabilité + NM =  $\emptyset$ )
  - 2 DAA-Et est non-manipulable pour les étudiants
  - 3 DAA-Ho est non-manipulable pour les hôpitaux
- Roth (1984, JET):
  - 1 En réalité un hôpital peut avoir plusieurs positions (et un appariement assigne plusieurs étudiants à un hôpital).
  - 2 DAA-Ho est manipulable pour un hôpital avec plusieurs positions
  - 3 Chaque mécanisme stable est manipulable pour un hôpital avec plusieurs positions

# Roth, 1982 et 1984: mécanismes stables et non-manipulables

- Roth (1982, MOR):
  - ① Chaque mécanisme stable est manipulable (c.à.d. stabilité + NM =  $\emptyset$ )
  - ② DAA-Et est non-manipulable pour les étudiants
  - ③ DAA-Ho est non-manipulable pour les hôpitaux
- Roth (1984, JET):
  - ① En réalité un hôpital peut avoir plusieurs positions (et un appariement assigne plusieurs étudiants à un hôpital).
  - ② DAA-Ho est manipulable pour un hôpital avec plusieurs positions
  - ③ Chaque mécanisme stable est manipulable pour un hôpital avec plusieurs positions
  - ④ DAA-Et est non-manipulable pour les étudiants

En 1997 le NRMP a été changé de DAA-Ho à DAA-Et (pour s'assurer que les étudiants révèlent leurs vraies préférences).

Simulations ont montré que DAA-Et n'est pas sensible aux manipulations par des hôpitaux si le marché est assez grand

“petit nombre d'appariements stables”

“unicité” ( $\Rightarrow$  DAA-Et=DAA-Ho)

- Choix interdistrict versus intradistrict (discrimination)

## Application II: Choix des écoles

- Choix interdistrict versus intradistrict (discrimination)
- École = hôpital avec plusieurs positions et une préférence fixe (= priorité)

## Application II: Choix des écoles

- Choix interdistrict versus intradistrict (discrimination)
- École = hôpital avec plusieurs positions et une préférence fixe (= priorité)
- DAA-Et avec priorités a été implanté à Boston et New York City

## Application II: Choix des écoles

- Choix interdistrict versus intradistrict (discrimination)
- École = hôpital avec plusieurs positions et une préférence fixe (= priorité)
- DAA-Et avec priorités a été implanté à Boston et New York City
- Abdulkadiroglu et Sönmez (2003)

## Application II: Choix des écoles

- Choix interdistrict versus intradistrict (discrimination)
- École = hôpital avec plusieurs positions et une préférence fixe (= priorité)
- DAA-Et avec priorités a été implanté à Boston et New York City
- Abdulkadiroglu et Sönmez (2003)
- Autres problèmes:



## Application II: Choix des écoles

- Choix interdistrict versus intradistrict (discrimination)
- École = hôpital avec plusieurs positions et une préférence fixe (= priorité)
- DAA-Et avec priorités a été implanté à Boston et New York City
- Abdulkadiroglu et Sönmez (2003)
- Autres problèmes:
  - 1 Priorités égales (Ehlers, 2002;...)

## Application II: Choix des écoles

- Choix interdistrict versus intradistrict (discrimination)
- École = hôpital avec plusieurs positions et une préférence fixe (= priorité)
- DAA-Et avec priorités a été implanté à Boston et New York City
- Abdulkadiroglu et Sönmez (2003)
- Autres problèmes:
  - 1 Priorités égales (Ehlers, 2002;...)
  - 2 Contrôle du type des étudiants assignés aux écoles (Abdulkadiroglu, 2010; Ehlers, 2010)

- Échange des reins parmi des paires patient-donateur (incompatible) en utilisant le “top-trading-cycles algorithm” par Gale (Shapley et Scarf, 1974) (échange de reins: Roth, Sönmez et Ünver, 2004, QJE)

- Échange des reins parmi des paires patient-donateur (incompatible) en utilisant le “top-trading-cycles algorithm” par Gale (Shapley et Scarf, 1974) (échange de reins: Roth, Sönmez et Ünver, 2004, QJE)
- Assignation des nouvelles recrues aux différentes divisions de l'armée: différentes durées de service  $\Rightarrow$  différentes priorités fixes pour les divisions  
DAA-Et (Sönmez et Switzer, 2013, Econ)

- Échange des reins parmi des paires patient-donateur (incompatible) en utilisant le “top-trading-cycles algorithm” par Gale (Shapley et Scarf, 1974) (échange de reins: Roth, Sönmez et Ünver, 2004, QJE)
- Assignation des nouvelles recrues aux différentes divisions de l'armée: différentes durées de service  $\Rightarrow$  différentes priorités fixes pour les divisions  
DAA-Et (Sönmez et Switzer, 2013, Econ)
- Et autres à venir